

داستان‌های ریاضی

استاد بدون قیافه!

داود معصومی مهوار

تمرین حل کرده بودند. همچنین برخی علاقه بیشتری داشتند یا می‌خواستند تر و فرزتر مسئله حل کنند. به آن‌ها نیز کلی تمرین اضافه‌تر داده بودم و حل کرده بودند. فاطمه که همه تمرین‌های اضافه را حل کرده بود و دست تندی داشت، گفت

فاطمه کتابی خوانده بود و در حل یکی از پرسش‌های آن مانده بود. در کلاس مسئله‌اش را به تخته زدیم:
ثابت کنید برابری $x(x+1) = x^2 + x$ یک اتحاد است.
دو هفته‌ای بود که اتحادها را درس گفته بودم و بچه‌ها خوب

و بالاخره برابری (۳) نیز بر اساس یک قرارداد خلاصه‌نویسی است که دربارهٔ توان‌ها داشتیم.

سمیه و خیلی‌ها: واقعاً به خاطر یک خلاصه‌نویسی و ... انتظار دارید قبول کنیم که استدلال کرده‌اید؟ به نظر ما نوشته‌های شما استدلال نیست.

من: الان که دلیل برابری (۱)، (۲) و (۳) را نوشته‌ام، کجای حرفم را نمی‌پذیرید؟ کجای حرفم نادرست است؟

خیلی‌ها: کل نوشته‌تان ایراد دارد و قابل قبول نیست. جزء آن درست است، ولی هر چیز درستی که استدلال نیست. نوشته‌تان حتی قیافهٔ استدلال را هم ندارد.

من: شما حق ندارید قیافهٔ یک استدلال را متهم کنید. حق ندارید چهار جملهٔ مرا یکجا رد کنید. (گاهی این کار شدنی است و یادتان خواهد داد). من یک جمله شامل سه برابری (۱)، (۲) و (۳) نوشته‌ام. اگر نمی‌توانید دلیل من برای درستی (۱) را رد کنید، باید آن را بپذیرید. همین‌جور برای برابری (۲) و (۳).

اگر هیچ یک از این برابری‌ها ایرادی ندارد، حق ندارید استدلال مرا بی‌مزه و نادرست بدانید. گرچه با بی‌مزه بودن آن مشکلی ندارم. هر چه می‌خواهید بگویید، ولی استدلالم درست است و شما هم کم‌کم دارید پی می‌برید که درست می‌گویم. **سمیرا:** ولی از دید من استدلال فاطمه محکم‌تر و بهتر است. او از اتحادها کمک گرفت تا یک اتحاد را ثابت کند (همراهی بقیه).

من: شش‌دانگ حواستان را برای اینجا می‌خواستم. حواستان را خوب جمع کنید. شما درستی اتحاد مربع دو جمله‌ای و حاصل ضرب عبارت‌های مزدوج را چگونه دریافتید؟ همین‌جور نبود؟ به کمک خاصیت پخشی ضرب کردیم. نه؟ ساکت شدم. بچه‌ها هم چیزی نمی‌گفتند.

من: امروز یک ویژگی مهم استدلال را آموختید. استدلال بخش‌های کوچک‌تری دارد که هر یک جداگانه قابل بررسی هستند. اگر بررسی کردید و همهٔ بخش‌های کوچک‌تر یک استدلال را پذیرفتید، همهٔ آن استدلال را باید بپذیرید. **رد کردن یک استدلال سلیقه‌ای نیست. باید بتوانید سستی یکی از پایه‌های آن را با دلیل نشان دهید.**

سحر: ولی باور کنید که اگر ما همین حرف‌ها را زده بودیم، شما آن را به عنوان استدلال نمی‌پذیرفتید و هزار عیب و ایراد از آن می‌گرفتید.

زنگ خورد ...

* به کتاب ریاضی نهم، فصل ۳- استدلال و اثبات در هندسه مراجعه کنید.

که می‌تواند این تمرین را حل کند. آمد پای تخته و چنین استدلال کرد:

$$x^2 + x = x^2 + x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = x^2 + 2 \times \frac{1}{2} \times x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}$$

$$(i) = (x + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} \quad (ii) = (x + \frac{1}{2} + \frac{1}{2})(x + \frac{1}{2} - \frac{1}{2})$$

$$= (x + 1)x = x(x + 1)$$

خیلی خوب توانسته بود از اتحاد مربع دو جمله‌ای (i) و اتحاد حاصل ضرب عبارت‌های مزدوج (ii) کمک بگیرد. استدلالش درست بود و جای حرف نداشت. رفت و سر جایش نشست. من هم گفتم که راه‌حل خود را می‌نویسم. ببینید:

$$(i) \quad x(x+1) = x \times x + x \times 1 = x \times x + x = x^2 + x$$

کمتر کسی بود که نگاهی عادی داشته باشد و کم‌کم صدایشان در آمد که: «این چه جور اثباتی است؟»
من: استدلالم چه ایرادی دارد؟

فاطمه: چیزی که نوشته‌اید، اصلاً استدلال نیست. یک ضرب ساده است. از هیچ اتحادی کمک نگرفته‌اید. برای چه باید قبول کنیم؟

فریبا: هیچ دلیلی نیاورده‌اید. بنده خدا فاطمه، جای جای نوشته‌اش استدلال بود.

سمیه: ببخشیدها! ولی استدلال این قدر بی‌مزه می‌شود؟
من: جای خوبی هستیم. حالا و همین‌جا یکی از مهم‌ترین مشخصات استدلال را یاد می‌گیرید. شش‌دانگ حواستان را جمع کنید. به همهٔ شش‌دانگ آن نیاز دارید. فاطمه جان، لازم نیست استدلال پیچیده باشد. نباید احساس کنیم که حتماً در استدلال از اتحادهای دیگر کمک بگیریم. سمیه جان، بی‌مزی استدلال را رها کن. در استدلال باید به دنبال چیز دیگری باشیم. اما فریبا، تو درست می‌گویی. من بی‌دلیل نوشته‌ام.

ولی عددی (۱)، (۲) و (۳) را نوشتم تا دلیل برابری‌های هر حرف را جداگانه بنویسم. ببینید:

برابری (۱) بنا بر خاصیت پخشی ضرب نسبت به جمع نوشته شده و درست است. چنان که پیش‌تر یادتان داده‌ام، به ازای هر سه عدد حقیقی و دلخواه a، b و c داریم:

$$a(b+c) = a \times b + a \times c$$

برابری (۲) نیز متکی به این اصل است که حاصل ضرب هر عدد و یک برابر همان عدد است.